

Крестики-нолики

Дана полоска $1 \times N$, $N \leq 100$. Ставят крестики-нолики по очереди. Нельзя ставить 2 одинаковых рядом. Проигрыш — если нет хода. (Гранди $[N][Lt][Rt]$)

Триомино

Поле $2 \times N$, $N \leq 800$. По очереди ставят фигурки из 3 клеток. Нельзя перекрывать фигуркам. (Гранди $[N][Lt][Rt]$)

Ним Lasker'a

За один ход можно либо уменьшить любую кучку нима, либо разбить на две. Тогда функция Гранди имеет вид:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
g(x)	0	1	2	4	3	5	6	8	7	9	10	12	11	...

Игра Kayles'a

По типу боулинга: есть ряд из N кегель, и за один ход можно выбить либо одну, либо две рядом стоящие.

Тогда ф-я Гранди:

y \ z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	2	3	1	4	3	2	1	4	2	6
12	4	1	2	7	1	4	3	2	1	4	6	7
24	4	1	2	8	5	4	7	2	1	8	6	7
36	4	1	2	3	1	4	7	2	1	8	2	7
48	4	1	2	8	1	4	7	2	1	4	2	7
60	4	1	2	8	1	4	7	2	1	8	6	7
72	4	1	2	8	1	4	7	2	1	8	2	7

Игра Гранди

Есть N кучек размеров A_i . За один ход можно любую кучку разделить на две, неравных размеров.

n:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
g(n):	0	0	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	3	2
n:	15	16	17	18	19	20	...							
g(n):	1	3	2	4	3	0								

Просчитано до 2^{35} , до сих пор не найдено закономерности.

Ободки (Rims)

Есть N точек на плоскости, за один ход мы можем провести замкнутую петлю, окружив какие-то точки. Каждая петля должна проходить через хотя бы одну точку, и не должна касаться или пересекать никакую другую. Доказать, что это обычный ним.

Ободки-2 (Rayles)

То же самое, но петлю можно проводить только через 1 или 2 точки. Заметить, что это то же, что и Kayles'.

Nimble

На полоске $1 \times N$ стоят фишки. За один ход можно любую фишку подвинуть влево на любое число (возможно, перепрыгивая другие). Заметить, что это просто ним.

Крестики-крестики

На полоске $1 \times N$ ставят по крестику по очереди. Если поставить 3 крестика подряд, то победа. Тогда заметим, что ставить 2 подряд — поражение, также и ставить через один — тоже. Поэтому при постановке крестика убиваются по две клетки слева и справа.

Turning turtles

На полоске $1 \times N$ стоят крестики или нолики. За один ход можно сменить O на X, при этом, возможно, поменяв значение в какой-то из левых клеток. Тогда это обычный ним: каждый O в позиции i (нумерация с единицы) соответствует кучке размера i. Если ходим одной клеткой, то это уменьшение кучки до 0, а если ходим в m и $n > m$, то это уменьшение n до m.

Twins

То же самое, но менять значение нужно обязательно в двух клетках. Тогда это всё равно обычный ним, но занумеровать позиции надо с нуля.

Mock turtles

То же самое, только менять значение можно в одной, двух или трех клетках. Сначала заметим, что можно разбивать игру на сумму независимых, как и в Turtles. Тогда считаем, получаем:

position x :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14...
g(x) :	1	2	4	7	8	11	13	14	16	19	21	22	25	26	28...

Т.е. $g(x) = \text{нечетно_единичек_в_x} \ ? \ 2x : 2x+1$.

Northcott's Game

Есть доска $N \times M$, в каждой строке по одной белой и черной фишке. За один ход можно пойти фишкой вправо или влево на любое число, но не перепрыгивая другую фишку. Тогда это ним с увеличениями: каждое расстояние можем либо строго уменьшить, либо увеличить (но в этом нет смысла, потому что соперник может ответить обратно). Надо заметить, что это не хорошая игра (циклы и зависимость от цвета), но это не влияет.

Лестничный ним

На i -ой ступеньке лежит A_i монет. За один ход мы можем переложить любое число монет с любой ступеньки на предыдущую (s_i на $i-1$). Заметим, что это обычный ним, если будем брать только A_1, A_3, \dots . Действительно, это опять ним с увеличениями: мы можем либо уменьшить любую кучку на любое количество, либо увеличить на некоторое количество, но в этом опять же нет смысла.

Nimble-2

То же самое, что и Nimble, но перепрыгивать нельзя. Тогда это в точности Лестничный ним, т.е. для ним надо брать расстояния между парами: 1 и 2, 3 и 4, и т.д. Если N нечётно, то можно добавить фиктивную фишку, уперев её в левую границу полосы.

Обобщение Мура (Moore's nim)

Если за один ход разрешается ходить сразу в K кучках (от 1 до K), то утверждается, что вместо ксора A_i надо брать сумму по каждому биту по модулю K , и если получается 0 везде, то проигрышная.

Фишки на графе – 1

Дан DAG. В некоторых вершинах стоят фишки. За один ход можно подвинуть любую фишку по ребру. Во-первых, фишки независимы. Во-вторых, для одной фишки — это игра Гранди (состояние — текущая вершина). Поэтому динамика по дереву, а потом поксорить для всех фишек.

Фишки на графе – 2

То же самое, но с аннигиляциями: если фишка приходит в вершину, где уже была фишка, то обе уничтожаются. На самом деле, это ровно то же самое: если две фишки стоят в одной вершине, то их Гранди ксорятся, и ни на что не влияют, поэтому ходить ими дальше смысла нет.